INSTITUCION EDUCATIVA ACADÉMICO NIT. 891901024-6 ICFES 018275-024364-018283 Resolución No. 1664 sept. 3 de 2002 Cod. DANE 176147000236 **CARTAGO- VALLE**	**PAGINA: (1)** **CÓDIGO: 250.1.158.01**
GUIA DE TRABAJO GRADO NOVENO **ESTADISTICA** **GUIA #**	**VERSION: 1** **Fecha de aprobación:**

EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y DETERMINISTAS

Prof.: Luis Amado Camacho V.

Un **experimento aleatorio** es aquel en el que si lo repetimos con las mismas condiciones iniciales no garantiza los mismos resultados. Así, por ejemplo, al lanzar una moneda no sabemos si saldrá cara o cruz, al lanzar un dado no sabemos que número aparecerá, la extracción de las bolas de sorteos, loterías, etc. Son experiencias que consideramos aleatorias puesto que en ellas no podemos predecir los resultados.

Por el contrario, los **experimentos deterministas** son aquellos en que si se repiten las mismas condiciones se garantiza el mismo resultado. Por ejemplo, un móvil que circula a una velocidad constante durante un determinado tiempo, recorre siempre el mismo espacio; una combinación de sustancias en determinadas proporciones y temperatura producen siempre el mismo resultado de mezcla; un examen con ninguna respuesta correcta produce siempre el mismo resultado: CERO.

S	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Veamos de forma rápida algunos conceptos relacionados con los experimentos aleatorios:

ESPACIO MUESTRAL
Al conjunto formado por todos los posibles resultados elementales de un experimento aleatorio se le denomina espacio muestral de dicho experimento.

Si consideramos como ejemplo el experimento consistente en el lanzamiento de una moneda:

- Los sucesos elementales son Cara (C)Cruz (X).
- El espacio muestral asociado a dicho experimento es: $E = \{\boldsymbol{C}, \boldsymbol{X}\}$**.**

SUCESOS Y TIPOS DE SUCESOS

Se denomina suceso a cualquier subconjunto de un espacio muestral, es decir, a cualquier posible resultado de un experimento aleatorio. Dentro de la gran generalidad que entraña esta definición, se pueden destacar algunos casos particularidades de sucesos.

- **SUCESO SEGURO**: El suceso seguro es aquel que esta formado por todos los resultados posibles del espacio muestral $(\boldsymbol{E})$, es decir aquel que se realiza siempre.

- **SUCESO IMPOSIBLE**: El suceso imposible es aquel que no ocurre nunca. Se expresa con el símbolo $\emptyset$.

- **SUCESO ELEMENTAL**: Un suceso se dice que es un suceso elemental si esta formado por un único elemento del espacio muestral.

- **SUCESO COMPUESTO**: Un suceso se dice que es un suceso compuesto si esta formado por mas de un elemento del espacio muestral.

- **SUCESO CONTRARIO O COMPLEMENTARIO**: Se define el suceso contrario a $\boldsymbol{A}$ como el suceso que ocurre cuando no ocurre $\boldsymbol{A}$. Puede notarse como: $(A',\ A^C\ o\ \bar{A}\,)$

TALLER

Indique para cada una de las siguientes situaciones si se trata de un fenómeno aleatorio o un fenómeno determinístico.

a) La próxima vez que viaje en un camión me sentare junto a una anciana.
b) Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares entre sí.
c) Al terminar el mes de marzo comienza el mes de abril.
d) Cinco mas cinco es igual a diez
e) La próxima vez que asista al cine me tocara sentarme en la fila 18.
f) Cuando prenda el televisor veré un niño en la pantalla.
g) La mermelada de fresa tiene sabor dulce.
h) Al tirar un dado quedará 6 en la cara superior.
i) La próxima cosecha será mejor que la de este año
j) El próximo año Colombia seguirá teniendo deuda externa

	INSTITUCION EDUCATIVA ACADÉMICO NIT. 891901024-6 ICFES 018275-024364-018283 Resolución No. 1664 sept. 3 de 2002 Cod. DANE 176147000236 **CARTAGO- VALLE**	**PAGINA: (1)** **CÓDIGO: 250.1.158.01**
	GUIA DE TRABAJO GRADO OCTAVO **ESTADISTICA** **GUIA #**	**VERSION: 1** **Fecha de aprobación:**

ESPACIO MUESTRAL

Prof: Luis Amado Camacho V.

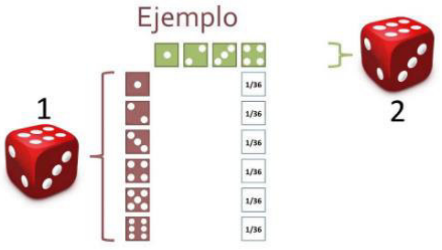
En la teoría de probabilidades, el **espacio muestral** o **espacio** de muestreo (denotado E, S, Ω o U) consiste en el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio, junto con una estructura sobre el mismo (ver más adelante).

¿COMO SE HACE EL ESPACIO MUESTRAL?

- Tirar un **dado** de seis lados: Cada **dado** tiene 6 resultados igualmente probables, entonces el **espacio muestral** es 6 • 6 o 36 resultados igualmente probables. ·

- Tirar tres monedas: Cada moneda tiene 2 resultados igualmente probables, entonces el **espacio muestral** es 2 • 2 • 2 o 8 resultados igualmente probables

¿Cómo SE DESCRIBE EL ESPACIO MUESTRAL?



Es el conjunto de todos los posibles resultados de una experiencia aleatoria, lo representaremos por E (o bien por la letra griega **Ω**). **Espacio muestral** de una moneda: $\boldsymbol{E} = \{\boldsymbol{C}, \boldsymbol{X}\}$.

¿Qué ES UN ESPACIO MUESTRAL Y COMO SE REPRESENTA?

Un experimento, en estadística, es cualquier proceso que proporciona datos, numéricos o no numéricos. Un conjunto cuyos elementos **representan** todos los posibles resultados de un experimento **se** llama **espacio muestral** y **se representa** como S.

¿Qué ES EL ESPACIO MUESTRAL Y EVENTOS?

Espacio muestral o **espacio** de muestreo es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. ... Un **evento** o **suceso** es cualquier subconjunto del **espacio muestral**, llamándose a los sucesos **que** contengan **un único elemento sucesos elementales**.

¿Cuál ES LA CARDINALIDAD DE UN ESPACIO MUESTRAL?

La Cardinalidad corresponde a la cantidad de elementos contenidos en él. Como los eventos son subconjuntos de Ω, entonces es posible aplicar la teoría de conjuntos para obtener nuevos eventos.

¿Qué ES UN ESPACIO MUESTRAL INFINITO?

Espacio muestral discreto **infinito**. ... Consta de un número **infinito** numerable de elementos, por ejemplo, lanzar un dado hasta que salga un cinco. **Espacio muestral** continuo

EVENTO: Conjunto de uno o más resultados de un experimento.

ESPACIO MUESTRAL: Son todos los posibles resultados de un experimento. Cualquier resultado experimental particular se llama punto muestral y es un elemento del espacio muestral.

TALLER

1) **Halle el espacio muestral de los siguientes experimentos;**

   a) **Lanzar una moneda al aire________________________________**

   b) **Lanzar dos dados: _______________________________________**

   c) **Lanzar una moneda tres veces. ____________________________**

   d) **Lanzar primeramente un dado y después lanzar una moneda, siempre y cuando el número en el dado sea par. Si el resultado dado es impar, la moneda se lanza dos veces: ______________________**

   e) **Del ejercicio d, enumera los elementos del evento:**

   A: en que dado cae un número menor a 3:

   B: en que se obtienen dos sellos:

   A': _______________________________

   $A' \cap B$ y $A \cup B$:________________________________

2) **a**

TIPOS DE EVENTOS O SUCESOS

•**Exhaustivo**: se dice que dos o más sucesos son exhaustivos si se consideran todos los posibles resultados.

Simbólicamente: $p\ (A\ o\ B\ o\ C. \dots) = 1$

•**No exhaustivos**: se dice que dos o más sucesos son no exhaustivos si no cubren todos los posibles resultados.

•**Mutuamente excluyentes**: sucesos que no pueden ocurrir en forma simultánea:

$$P(A\ y\ B) = 0\ y\ p(A\ o\ B) = p(A) + p\ (B)$$

Ejemplo:

hombres, mujeres

•**No mutuamente excluyentes**: sucesos que pueden ocurrir en forma simultánea:

$$P\ (A\ o\ B) = p\ (A) + p\ (B) - p\ (A\ y\ B)$$

Ejemplo:

hombres, ojos cafés

•**Independientes**: Sucesos cuya probabilidad no se ve afectada por la ocurrencia o no ocurrencia del otro:

$$P\ (A|B) = P\ (A);\ P\ (B|A) = P\ (B)\ Y\ P\ (A\ Y\ B) = P(A)\,P(B)$$

Ejemplo:

sexo y color de ojos

•**Dependientes**: sucesos cuya probabilidad cambia dependiendo de la ocurrencia o no ocurrencia del otro:

$$P\ (A|B)\ difiere\ de\ p\ (A);\ P\ (B|A)\ difiere\ de\ P(B);$$

y $P\ (A\ Y\ B) = P\ (A)\ P\ (B|A) = P\ (B)\ P\ (A|B)$

Ejemplo:

raza y color de ojos

Probabilidades conjuntas: probabilidad de que dos sucesos o más, ocurran simultáneamente

Probabilidades marginales: o probabilidades incondicionales = suma de probabilidades.

ENFOQUES DE LA PROBABILIDAD

Probabilidad clásica se basa en la consideración de que los resultados de un experimento son igualmente posibles.

Utilizando el punto de vista clásico,

Probabilidad de un evento = no. de resultados probables no. De resultados posibles

Ejemplo

Considere el experimento de lanzar dos monedas al mismo tiempo.

El espacio muestral $\boldsymbol{S = \{HH, HT, TH, TT\}}$

Considere el evento de una cara.
Probabilidad de una cara = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

CONCEPTO DE PROBABILIDAD

PROBABILIDAD: Valor entre cero y uno, inclusive, describe la posibilidad relativa de que ocurra un evento.

EXPERIMENTO: Proceso que conduce a la ocurrencia de una de varias observaciones posibles.

RESULTADO: Lo que resulta en particular de un experimento.

EVENTO: Conjunto de uno o más resultados de un experimento.

ESPACIO MUESTRAL: Son todos los posibles resultados de un experimento. Cualquier resultado experimental particular se llama punto muestral y es un elemento del espacio muestral.

INTRODUCCION A LA PROBABILIDAD

Objetivos: conocer y distinguir el concepto de probabilidad además de saber determinar el espacio muestral generado en un experimento y determinar los eventos de un espacio muestral simple.

Prof.: Luis Amado Camacho V

Un experimento es una situación que da lugar a uno o varios resultados identificables. La probabilidad pertenece a la rama de la matemática que estudia ciertos experimentos llamados aleatorios, o sea, regidos por el azar, en que se conocen todos los resultados posibles, pero no se tiene la certeza de cuál será en particular el resultado del experimento. Por ejemplo, experimentos aleatorios cotidianos son el lanzamiento de una moneda, el lanzamiento de un dado y la extracción de una carta de un paquete de cartas. De aquí en adelante, cada vez que decimos experimento nos referimos a un experimento aleatorio.

CONCEPTOS BÁSICOS

A continuación, les presentamos algunas definiciones de conceptos básicos de la teoría de la probabilidad.

Ejemplo 1:
Obtener un 5 al realizar el experimento de lanzar al azar un dado de seis caras balanceado (todas las caras del dado son igualmente probables)

De aquí en adelante, de no especificar otro tipo de dado nos referimos a un dado balanceado.

Para el siguiente ejemplo entendamos que tradicionalmente decimos cara cuando obtenemos el lado de la moneda americana que contiene la imagen de un presidente y al otro lado lo llamamos cruz.

Ejemplo 2:
Obtener una cara y una cruz en el experimento de lanzar dos monedas americanas, ambas al azar. Notemos que se obtiene el 5 en el dado de una sola forma, pero una cara y una cruz en dos monedas hay dos formas distintas de obtenerse (cara-cruz y cruz-cara). O sea, que en el ejemplo 1 el evento consta de una sola observación posible y en el ejemplo 2 el evento consta de dos observaciones posibles.

Evento Simple - Llamamos evento simple a cualquier evento que consta de un solo resultado u observación de un experimento.

Ejemplo 3: Obtener un 3 al lanzar un dado al azar es un evento simple pues ocurre de una sola forma.

Ejemplo 4: Obtener un número impar al lanzar un dado al azar no es un evento simple pues ocurre de más de una forma, pues puede ser **1, 3** ó **5**.

Espacio Muestral - El espacio muestral de un experimento es el conjunto que contiene solamente a todos los eventos simples posibles. De aquí en adelante utilizaremos la letra S para referirnos al espacio muestral.
Ejemplo 5: Halle el espacio muestral de lanzar al azar un dado.

Respuesta: $\boldsymbol{S} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}$

Ejemplo 6: Halle el espacio muestral de lanzar al azar dos monedas americanas.

Respuesta: $\boldsymbol{S} = \{(\boldsymbol{cara} - \boldsymbol{cara}), (\boldsymbol{cara} - \boldsymbol{cruz}), (\boldsymbol{cruz} - \boldsymbol{cara}), (\boldsymbol{cruz} - \boldsymbol{cruz})$

NOTACIÓN DE PROBABILIDAD Antes de seguir profundizando en el campo de la teoría de la probabilidad es importante presentarles algunas notaciones básicas de la misma. Utilizaremos la letra P para denotar una probabilidad. Es común utilizar letras mayúsculas como $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ para denotar eventos específicos de un experimento. Por lo tanto, la probabilidad de que ocurra el evento $\boldsymbol{A}$ lo denotamos como $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A})$.

TALLER

1) Lanzamos un dado y luego una moneda americana, ambos al azar. A
   a) Halle el espacio muestral
   b) Determine si cada uno de los siguientes eventos es simple o no
      i. obtener 5 en el dado y cruz en la moneda
      ii. obtener 3 en el dado
      iii. obtener cara en la moneda

2) Una pareja planifica tener tres hijos. Considerando sólo el género de éstos:
   a) halle el espacio muestral.
   b) determine si cada uno de los siguientes eventos es simple o no.
      i. obtener un solo varón
      ii. obtener 3 niñas
      iii. obtener un varón como primogénito
      iv. obtener todos sus hijos de igual género

3) Las caras de un dado homogéneo están numeradas del 1 al 6. Hallar la probabilidad de que al lanzar el dado la suma de los números de las caras visibles sea múltiplo de 5.

4) Una urna contiene $\mathbf{100}$ bolas numeradas de la siguiente forma: $\mathbf{00}, \mathbf{01}, \mathbf{02}, \dots, \mathbf{99}$. Se saca una bola al azar. Calcular la probabilidad de que los dos números que aparecen en la bola sean impares.

5) Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:

   a) Salga 6 en todos.
   b) Los puntos obtenidos sumen 7.

DEFINICIONES DE PROBABILIDAD

Objetivos: conocer y distinguir el concepto de probabilidad además de saber determinar el espacio muestral generado en un experimento y determinar los eventos de un espacio muestral simple.

Prof.: Luis Amado Camacho V.

La probabilidad de que ocurra un evento se mide por un número entre cero y uno, inclusive. Si un evento nunca ocurre, su probabilidad asociada es cero, mientras que si ocurriese siempre su probabilidad sería igual a uno. Así, las probabilidades suelen venir expresadas como decimales, fracciones o porcentajes. En el caso de utilizar fracciones para expresar probabilidades, las mismas pueden ser simplificadas, pero no es necesario hacerlo.

Existen diferentes formas para definir la probabilidad de un evento basadas en formas distintas de calcular o estimar la probabilidad. A continuación, discutiremos tres diferentes enfoques. Seleccionar uno de los tres enfoques dependerá de la naturaleza del problema.

1) Definición Clásica de Laplace, “A Priori” o Teórica

El enfoque clásico o "a priori" para definir la probabilidad es proveniente de los juegos de azar. Esta definición es de uso limitado puesto que descansa sobre la base de las siguientes dos condiciones:

i) El espacio muestral (S) del experimento es finito (su número total de elementos es un número natural n = 1, 2, 3, …).

ii) Los resultados del espacio muestral deben ser igualmente probables (tienen la misma posibilidad de ocurrir).

Bajo estas condiciones, suponga que realizamos un experimento. El número total de elementos del espacio muestral del experimento es denotado como n(S). Dicho de otro modo, n(S) representa el número total de eventos simples distintos posibles al realizar un experimento. Además, si A es un evento de este experimento, el número total de elementos del espacio muestral contenidos en A es denotado como n(A). Es decir, n(A) representa el número total de formas distintas en que A puede ocurrir. Entonces, la probabilidad de que A ocurra la definimos como

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{número de formas distintas en que } A \text{ puede ocurrir}}{\text{número total de eventos simple distintos posibles}}$$

A partir de esta definición las probabilidades de los posibles resultados del experimento se pueden determinar a priori, es decir, sin realizar el experimento.

Ejemplo 7: Al lanzar un dado al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Solución:
Suponga que **A** es el evento de obtener un número par al lanzar un dado al azar. Notemos que $\boldsymbol{S}=\{\mathbf{1,2,3,4,5,6}\}$ y todos los resultados igualmente probables. Además, A puede ocurrir de tres formas distintas $(\mathbf{2,4} \text{ ó } \mathbf{6})$. Por lo tanto, $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{A})=\mathbf{3}$ y $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{S})=\mathbf{6}$ entonces

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A)=\frac{3}{6}$$

$$P(A)=\frac{1}{2}$$

Ejemplo 8:
Si se extrae una carta de un paquete de **52 cartas** de las cuales 26 son negras $(\mathbf{13}\ \boldsymbol{espadas}\ \boldsymbol{A},\mathbf{2},\mathbf{3},\dots,\mathbf{10},\boldsymbol{J},\boldsymbol{Q},\boldsymbol{K});\ \mathbf{13}\ \boldsymbol{son\ tréboles})$; y **26 son rojas** (**13 corazones** y **13 diamantes**), halle la probabilidad de que la carta sea

a) una K.
b) roja.
c) de diamante.

Solución:

a) Suponga que **K** es el evento de obtener una carta que sea **K**, entonces $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{K})=\frac{n(K)}{n(S)}=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$ porque el evento de **"extraer una K"** consta de ***4*** de los ***52*** resultados igualmente probables.

b) Suponga que $\boldsymbol{R}$ es el evento de obtener una carta que sea roja, entonces $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{R})=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}$ porque el evento de **"extraer una carta roja"** consta de **2** de los **52** resultados igualmente probables.

c) Suponga que $\boldsymbol{D}$ es el evento de obtener una carta que sea de diamante, entonces $\boldsymbol{P(D)} = \frac{\mathbf{13}}{\mathbf{52}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ porque el evento de **"extraer una carta de diamante"** consta de **13** de los **52** resultados igualmente probables.

Ejemplo 9: ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia que tiene tres hijos, haya dos niñas y un niño, si se considera igualmente probable el nacimiento de un niño o niña?

Solución:
Usando **"a"** para niña y "o" para niño, el espacio muestra es:

$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{aaa, aao, aoa, aoo, oaa, oao, ooa, ooo}\}$ por lo que $\boldsymbol{n(S)} = \mathbf{8}$. Definimos el evento **A** como que haya dos niñas y un niño, entonces $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{aao, aoa, oaa}\}$ y $\boldsymbol{n(A)} = \mathbf{3}$.

Por lo tanto, $$\boldsymbol{P(A)} = \frac{\boldsymbol{n(A)}}{\boldsymbol{n(S)}}$$

$$\boldsymbol{P(A)} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}$$

$$\boldsymbol{P(A)} = \mathbf{0,375} \quad \textbf{o} \quad \boldsymbol{P(A)} = \mathbf{37,5}\ \%$$

Bajo las mismas premisas de este ejemplo, podemos concluir que el $\mathbf{37.5}\%$ de las familias que tienen tres hijos, de estos dos son niñas y uno es niño.

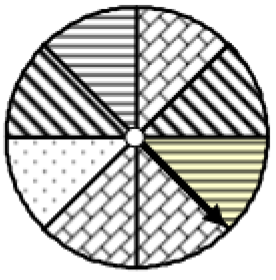
TALLER

RESPONDA

1) Si usted es una de 7 personas de las cuales seleccionarán una al azar y todas las personas tienen igual probabilidad de ser seleccionada, ¿cuál es la probabilidad de que usted sea seleccionada?

2) En un envase hay 2 canicas rojas, 4 negras y 5 blancas. Si seleccionamos al azar una de estas canicas, ¿cuál es la probabilidad de que la canica sea negra?

3) La siguiente ruleta circular está dividida en 8 sectores iguales. Si se gira la ruleta aleatoriamente, (Suponga que la aguja no cae en las divisiones.)



a) ¿cuál es la probabilidad de que la aguja caiga en un sector marcado con líneas horizontales?
b) ¿cuál evento predecirías?

4) Dos dados son lanzados al azar, uno rojo y uno blanco.
a) Halle la probabilidad de que la suma sea 6.
b) ¿Cuál debería ser su predicción para la suma de ambos dados?

5) En un grupo de 25 personas hay 16 de ellas casadas y 9 solteras. Si seleccionamos una de estas personas al azar, ¿cuál evento es más probable, soltera o casada?

DEFINICIÓN EMPÍRICA, "A POSTERIORI", EXPERIMENTAL O DE FRECUENCIA RELATIVA

Prof.: Luis Amado Camacho V

La definición clásica se ve limitada a situaciones en las que hay un número finito de resultados igualmente probables. Lamentablemente, hay situaciones prácticas que no son de este tipo y la definición "a priori" no se puede aplicar. Por ejemplo, si se pregunta por la probabilidad de que un paciente se cure mediante cierto tratamiento médico, o la probabilidad de que una determinada máquina produzca artículos defectuosos, entonces no hay forma de introducir resultados igualmente probables. Para responder a estas preguntas podemos utilizar el enfoque empírico, en el cual para determinar los valores de probabilidad se requiere de la observación y de la recopilación de datos. La definición empírica se basa en la frecuencia relativa de ocurrencia de un evento con respecto a un gran número de repeticiones del experimento. En otras palabras, la definición empírica se basa número de veces que ocurrió el evento entre el número total de repeticiones del experimento. También se le denomina a posteriori, ya que el resultado se obtiene después de realizar el experimento un cierto número grande de veces.

Si queremos conocer la probabilidad del evento $\boldsymbol{A}$ según este enfoque realizamos el experimento un gran número de veces y contamos cuántas veces $\boldsymbol{A}$ ocurre. Con base en estos resultados reales, $\boldsymbol{P(A)}$ se estima de la siguiente forma:

$$P(A)=\frac{\textit{número de veces que ocurrió } A}{\textit{número de veces que se repitió el experimento}}$$

Este enfoque de probabilidad no implica ningún supuesto previo de igualdad de probabilidades.

Ejemplo 1:
Queremos seleccionar una moneda al azar de un envase que contiene una cantidad desconocida de monedas de **25¢, 10¢, 5¢** y **1¢**. Para determinar la probabilidad de cada evento posible, seleccionamos 50 monedas al azar con reemplazo (la moneda seleccionada vuelve a echarse en el envase para la próxima selección) de este envase. La siguiente tabla resume las frecuencias (veces que ocurren) de cada moneda.

Según los datos recopilados, si seleccionamos una moneda de este envase,

a) ¿cuál es la probabilidad de que sea de **25¢**?
b) ¿cuál es el evento menos probable?
c) ¿cuál es el evento que debemos predecir?

Moneda Obtenida	frecuencia
25¢	15
10¢	12
5¢	18
1¢	5

Respuesta:
Notemos que al no conocer el número de monedas de cada clase que hay en el envase, no podemos utilizar la probabilidad clásica para hallar la probabilidad de cada evento posible. Pero, utilizando los resultados anteriores resumidos en la tabla podemos concluir que:

a) Si $\boldsymbol{A}$ es el evento de obtener una moneda de 25¢, entonces

$$\boldsymbol{P(A)=\frac{15}{50}=\frac{3}{10}}$$

b) El evento menos probable es el de menor frecuencia, es decir, obtener una moneda de 1¢.
c) El evento que debemos predecir es el más probable, que, por lo tanto, es el evento de mayor frecuencia, es decir, obtener una moneda de 5¢.

Ejemplo 2:
Se conoce que una moneda está cargada. Esto significa que un lado de la moneda se obtiene con mayor frecuencia que el otro lado al lanzarla al azar un número grande de veces. Para determinar la probabilidad de que caiga cara, la moneda se lanza 60 veces al aire, de las cuales 24 veces cayó cara. Si aplicamos la fórmula obtenemos

$$\boldsymbol{P(cara)=\frac{24}{60}}$$

$$\boldsymbol{P(cara)=0,4}$$

$$\boldsymbol{P(A)=40\%}$$

Al calcular probabilidades con este método de frecuencias relativas obtenemos una aproximación en vez de un valor exacto. A mayor número de veces que repitamos el experimento, más cerca estará la aproximación del valor real. Esta propiedad se enuncia en forma de teorema, el cual se conoce comúnmente como la **ley de los números grandes**.

Ley de los Números Grandes

Conforme un experimento se repite una y otra vez, la probabilidad de frecuencias relativas de un evento tiende a aproximarse a la probabilidad real.

Cuando se usa la definición empírica, es importante tomar en cuenta los siguientes aspectos:

i. La probabilidad obtenida de esta manera es únicamente una estimación del valor real.

ii. Cuanto mayor sea el número de repeticiones del experimento, tanto mejor será la estimación de la probabilidad.

iii. La probabilidad es propia de sólo un conjunto de condiciones idénticas a aquéllas en las que se obtuvieron los datos, o sea, la validez de emplear esta definición depende de que las condiciones en que se realizó el experimento sean repetidas idénticamente.

DEFINICIÓN SUBJETIVA

Esta definición de probabilidad se diferencia de los dos enfoques anteriores, debido a que tanto el enfoque clásico como el de frecuencia relativa producen valores objetivos de probabilidad. El enfoque subjetivo define la probabilidad de un evento a base del grado de confianza que una persona tiene de que el evento ocurra, teniendo en cuenta toda la evidencia que tiene disponible, fundamentado en la intuición, opiniones, creencias personales y otra información indirecta relevante. Debido a que el valor de la probabilidad es un juicio personal, al enfoque subjetivo se le denomina también como enfoque personalista.

El enfoque subjetivo no depende de la repetitividad de ningún evento y permite calcular la probabilidad de sucesos únicos. Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que un edificio colapse ante un terremoto? Este evento puede que ocurra o que nunca ocurra, pero es lógico pensar que no podemos repetir los terremotos un número grande de veces y contar el número de veces que el edificio colapsa para calcular esa probabilidad. Sin embargo, un especialista en el área puede asignar una probabilidad basada en su juicio de toda la información relevante a la que pueda tener acceso.

Ejemplo 3:
Un analista deportivo afirma que Estados Unidos tiene una probabilidad de 90% de ganar la medalla de oro en baloncesto en las próximas olimpiadas. Notemos que esta probabilidad está basada en la confianza que el analista tiene de que el evento ocurra, con base en toda la evidencia que tiene disponible.

Ejemplo 4:
Un paciente le pregunta a su cardiólogo sobre cuánta probabilidad tiene de salir exitosa la operación de corazón abierto que le dijo que tenía que realizarle. Basado en el conocimiento de su condición y la experiencia obtenida al trabajar casos similares, el médico le contestó que tenía un 85% de probabilidad de que la operación sea un éxito.

TALLER

1) Una tómbola contiene un número desconocido de cartas marcadas con una vocal cada una. Con el propósito de estimar la probabilidad de obtener cada resultado, se extrajo una carta al azar y con reemplazo de esta tómbola varias veces. La siguiente gráfica de barras presenta los resultados. A base de estos resultados,

a) ¿cuál es el evento de menor probabilidad?

b) ¿cuál es la probabilidad de obtener una E al extraer una carta de esta tómbola?

c) ¿cuál evento predecirías?

2) Realice el experimento de lanzar una tachuela al azar 30 veces. Utilice probabilidad empírica para determinar la probabilidad de que la tachuela caiga con la punta hacia arriba al lanzarla al azar.

ESCOGE LA RESPUESTA CORRECTA:

3) La probabilidad de que terminen las negociaciones en un conflicto laboral en los próximos dos días es baja. Esto es un ejemplo de probabilidad

a) clásica

b) empírica

c) subjetiva

4) En una compañía que produce tornillos se toman 1.000 de ellos para probar su calidad. Se encontró que 7 estaban defectuosos. Por lo tanto, la probabilidad de comprar uno de los tornillos que está compañía produce y que el mismo esté defectuoso es $\frac{7}{1.000}$. Esto es un ejemplo de probabilidad

a) clásica

b) empírica

c) subjetiva

5) Hay seis participantes en una competencia de canto. A cada uno de ellos se le asigna un número diferente del 1 al 6. Se lanza un dado y el número que se obtenga decide el primer participante para cantar. La probabilidad de que el participante número 4 sea el primero en cantar es $\frac{1}{6}$. Esto es un ejemplo de probabilidad

a) clásica

b) empírica

c) subjetiva

6) A una profesora universitaria le pregunta uno de sus estudiantes la probabilidad de que él apruebe su curso. La profesora le contestó que un 50%. Esto es un ejemplo de probabilidad.

a) clásica

b) empírica

c) subjetiva