	INSTITUCIÓN EDUCATIVA ACADÉMICO NIT. 891901024-6 ICFES 01275-024364-018283 Resolución No. 1664 sept. 3 de 2002 Cod. DANE 176147000236	PÁGINA [1 - 1] CÓDIGO: DICUI: 600.1.23.01
	GUIAS DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE	VERSIÓN 1 Fecha de aprobación:

DOCENTES: CESAR TULIO RIVERA O Y MIGUEL ANGEL MURCIA **AREA/ASIGNATURA:** Estadística

GRADO: Decimo **FECHA DE INICIO:** 10 Septiembre 2021 **FECHA DE FINALIZACIÓN:** 20 Noviembre 2021

1. COMPETENCIAS

- Conoce y aplica las reglas básicas de la probabilidad y las utiliza para resolver problemas prácticos de mucha frecuencia en la vida cotidiana.
- Modelar situaciones de uso cotidiano que se resuelven con el estudio de la probabilidad.

2. APRENDIZAJES

- Identifica cuando unos eventos son mutuamente excluyentes.
- Determina la probabilidad de eventos condicionales.

3. CONTENIDOS

- Probabilidad de dos o más eventos combinados
- Eventos independientes
- Regla del producto para eventos independientes
- Eventos mutuamente no excluyentes
- Regla de la suma para eventos que no son mutuamente excluyentes.
- Probabilidades condicionales

4. ACTIVIDADES

4.1 PROBABILIDAD DE DOS O MÁS EVENTOS COMBINADOS

Para calcular la probabilidad de dos o más eventos combinados se usa la representación gráfica en diagramas de Venn (ver figura 1), y además de la fórmula para calcular la probabilidad de un evento simple.

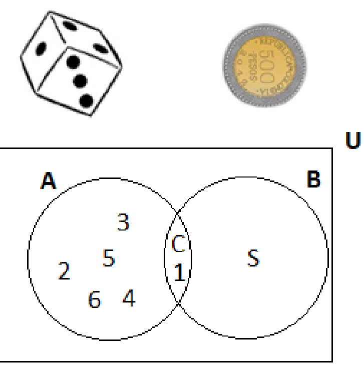


FIGURA 1. Eventos combinados donde se lanza un dado de seis caras (A={1, 2, 3, 4, 5, 6}) y una moneda (B={C, S}).

4.2 EVENTOS INDEPENDIENTES

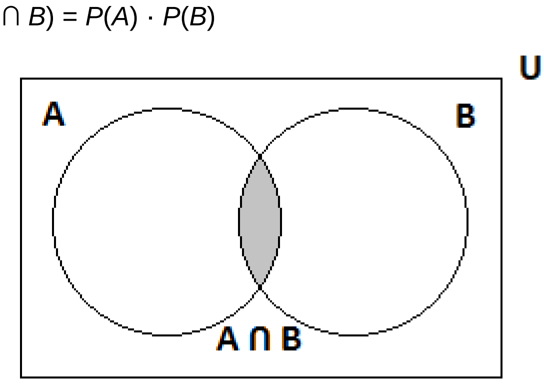
Dos eventos son **independientes** si el resultado del segundo evento no es afectado por el resultado del primer evento. Es decir, son aquellos eventos cuyo resultado no tienen que ver con el resultado de otro(s) evento(s).

EJEMPLO 1: El resultado de lanzar una moneda, y que caiga de cualquier lado, no depende del resultado de ninguno de los lanzamientos anteriores. Por lo tanto, cada lanzamiento es un evento independiente

4.2.1 REGLA DEL PRODUCTO PARA EVENTOS INDEPENDIENTES

Por lo anterior, Si A y B son eventos independientes, la probabilidad de que ambos eventos ocurran es el producto de las probabilidades de los eventos individuales.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$



EJEMPLO 2: Un inversionista compra dos acciones, las probabilidades de que los precios de estas acciones aumenten son respectivamente 0.4 y 0.3.

¿Cuál es la probabilidad de que los precios de las dos acciones aumenten?

SOLUCIÓN

Denotemos con A el evento de que el precio de la primera acción aumente y B el suceso de que el precio de la segunda acción aumente.

Las probabilidades asociadas con estos eventos son:

P(A)=0.4
P(B)=0.3

De acuerdo con el concepto de eventos independientes la probabilidad de que los precios de las dos acciones aumenten es:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.4 * 0.3 = 0.12$ ó 12%

EJEMPLO 3: Con una moneda y un dado, encuentra probabilidad de obtener un 5 en el dado y sellos en la moneda.

SOLUCIÓN

Ya que el resultado de lanzar el dado no afecta el resultado de tirar la moneda, estos son eventos independientes. Es por esto que podemos determinar sus probabilidades individuales y multiplicarlas.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A) = \frac{1}{6} = 0.17$ Probabilidad de obtener un 5
$P(B) = \frac{1}{2} = 0.50$ Probabilidad de obtener un sello

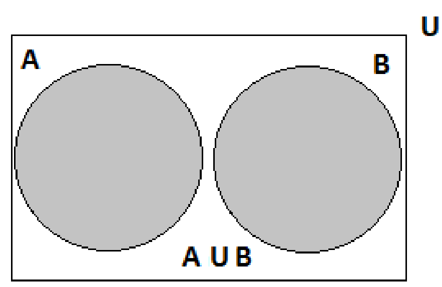
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.17 * 0.50 = 0.09$ ó 9%

La probabilidad de obtener un 5 en el dado y sellos en la moneda es 0.09 ó 9%.

4.2.2 REGLA DE LA SUMA PARA EVENTOS SON MUTUAMENTE EXCLUYENTES

La regla de la adición o regla de la suma establece que la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento en particular es igual a la suma de las probabilidades individuales, si es que los eventos son mutuamente excluyentes, es decir, que dos no pueden ocurrir al mismo tiempo.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



EJEMPLO 3: De los estudiantes de una facultad de derecho, 30% son de primer año, 35% de segundo año, 20% de tercero, 10% de cuarto año y el resto de quinto año. Si uno de los alumnos de esta facultad se gano diez millones de pesos en una lotería. ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno sea de primer o de segundo año?

SOLUCIÓN

Representamos con A el evento de que el alumno sea de primer año y con B el evento de que el alumno sea de segundo año.

P(A)=30%=$\frac{30}{100} = 0.30$
P(B)=35%=$\frac{35}{100} = 0.35$

La probabilidad que el alumno sea de primer o de segundo año es:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.30+0.35=0.65$ ó 65%

4.3 EVENTOS MUTUAMENTE NO EXCLUYENTES

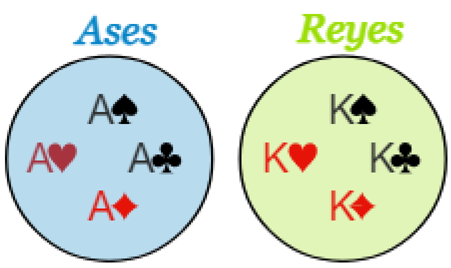
Si los eventos son mutuamente excluyentes, quiere decir que los dos no pueden ocurrir al mismo tiempo.

EJEMPLO 4: A continuación, se describen eventos Mutuamente Excluyentes, los que no pueden suceder al mismo tiempo:

a. Girar a la izquierda y a la derecha son mutuamente excluyentes (no puedes hacer ambas cosas al mismo tiempo)

b. Lanzar una moneda: cara y cruz son mutuamente excluyentes.

c. Cartas: Reyes y Ases son mutuamente excluyentes



Se consideran eventos mutuamente no excluyentes a todos aquellos sucesos que tienen la capacidad de ocurrir de manera simultánea en una experimentación. La ocurrencia de alguno de ellos no supone la no ocurrencia del otro.

EJEMPLO 5: Lo que **no** es mutuamente excluyente:

a. Girar a la izquierda y rascarse la cabeza pueden ocurrir al mismo tiempo

b. Reyes y Corazones, ¡porque podemos tener un Rey de Corazones!. Como aquí:

4.4 REGLA DE LA SUMA PARA EVENTOS QUE NO SON MUTUAMENTE EXCLUYENTES

La Probabilidad de que A o B ocurran cuando A y B no son mutuamente excluyentes es igual a la probabilidad de que ocurra A más la probabilidad de que ocurra B menos la probabilidad de que A y B ocurra simultáneamente. Es decir

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

P(A): Probabilidad que ocurra el evento A
P(B): Probabilidad que ocurra el evento B
P (A ∩ B): Probabilidad que ocurra los eventos A y B al tiempo.

Esta se denomina regla de la suma para eventos que no son mutuamente excluyentes.

EJEMPLO 5: Un cliente ingresa a una panadería, la probabilidad de que compre pan es 0.20 de que compre leche es 0.15 y la probabilidad de que compre pan y leche es 0.10. ¿Cuál es la probabilidad de que compre pan o leche o ambos artículos?

SOLUCIÓN

Sean los eventos

A: El cliente que compra pan
B: El cliente que compra leche
A ∩ B: El cliente compra pan y leche.

Con la información entregada, se tiene las siguientes probabilidades:

$P(A)=0.20$
$P(B)=0.15$
$P(A \cap B)=0.10$

La probabilidad de que el cliente compre pan o leche o ambos artículos es:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)=0.20+0.15-0.10$
$P(A \cup B) = 0.25$ o 25%

EJEMPLO 6: Una compañía le administra un examen a un grupo de 40 de sus empleados, que aspiran a cierta posición, para cualificarlos. La siguiente tabla resume los resultados divididos por género:

	Masculino (M)	Femenino (F)
Aprobó	7	2
Fracaso	18	13

Si uno de estos empleados es seleccionado al azar, halle la probabilidad de que sea masculino o aprobó el examen.

SOLUCIÓN

Los eventos son

A: Que sea Masculino
B: Que aprobaron
A ∩ B: El empleado sea Masculino y Aprobó

Con la información entregada, se tiene las siguientes probabilidades:

$$P(A) = \frac{n\ (A)}{n(S)} = \frac{\#\ Maculinos}{\#Empleados} = \frac{25}{40} = 0.63$$

$$P(B) = \frac{n\ (B)}{n(S)} = \frac{\#\ aprobados}{\#Empleados} = \frac{9}{40} = 0.23$$

$$P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{n\ (\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{n(S)} = \frac{\#\ Masculino\ y\ aprobados}{\#Empleados}$$

$$P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{7}{40} = 0.18$$

La probabilidad de que sea masculino o aprobó el examen.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \mathrm{P}\ (\mathrm{A} \cap \mathrm{B})=0.63+0.23-0.18$

$P(A \cup B) = 0.68$ o 68%

5.5 PROBABILIDADES CONDICIONALES

La Probabilidad Condicional (o Probabilidad Condicionada) es la probabilidad de que ocurra un suceso A sabiendo que también ocurre otro suceso B.

La probabilidad ocurrencia del evento A dado que ha sucedido el evento B se simboliza con P(A/B). La probabilidad condicional está determinada por la expresión:

$$P(A/B) = \frac{\mathrm{P}\ (\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(B)}$$

P (A ∩ B): Probabilidad que ocurra los eventos A y B al tiempo.
P(B): Probabilidad que ocurra el evento B.

Con esta expresión se calcula la probabilidad condicional de un evento A dado que sucedió un evento B hay que conocer la probabilidad de la intersección de dichos eventos P (A ∩ B).

EJEMPLO 7: Se lanza tres monedas al aire. Si la primera moneda cae cara, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda caiga en cara?

SOLUCIÓN

El espacio muestral del experimento aleatorio que consiste en lanzar tres monedas se muestra a continuación:

S={CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS}

Donde los eventos:

A: Evento donde la primera moneda cae cara.
B: Evento donde la segunda moneda cae cara.
A ∩ B: Evento donde la primera y segunda moneda cae cara.
B/A: Evento que caiga cara la segunda si la primera es cara.

Las probabilidades:

P(B/A): Probabilidad de la segunda cae cara si la primera es cara.

$$P(B/A) = \frac{\mathrm{P}\ (\mathrm{B} \cap \mathrm{A})}{P(A)} =?$$

P(A): Probabilidad que la primera moneda cae cara.

S={**CCC**, **CCS**, **CSC**, SCC, **CSS**, SCS, SSC, SSS}

$$P(A) = \frac{n\ (A)}{n(S)} = \frac{\#\ caen\ cara\ la\ primera}{\#lanzamiento\ totales} = \frac{4}{8} = 0.50$$

P (B ∩ A): Probabilidad que caiga cara la segunda y primera moneda.

S={**CCC**, **CCS**, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS}

$$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}) = \frac{n\,(\mathrm{B} \cap \mathrm{A})}{n(S)} = \frac{\#\,Segunada\ y\ primera\ cara}{\#lanzamientos}$$

$$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}) = \frac{2}{8} = 0.25$$

La probabilidad condicional

$$P(B/A) = \frac{\mathrm{P}\,(\mathrm{B} \cap \mathrm{A})}{P(A)} = 0.50 \quad 50\%$$

5. EVALUACIÓN

5.1 Determine cuales de los siguientes eventos son independientes y cuáles no.

a. Se comparan las suelas de goma producidas por dos proveedores diferentes. Las muestras de cada fabricante se someten a varios ensayos a partir de los cuales se concluyen si están o no dentro de las especificaciones.

b. Suponga que tenemos 5 canicas azules y 5 canicas rojas en una bolsa. Sacamos una canica, que puede ser azul o roja.

c. Si se lanza una moneda normal tres veces.

d. Sacas una canica de una bolsa con 20 canicas rojas, 20 blancas, y 10 verdes. Te quedas con la canica y sacas otra. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una canica roja y luego sacar una canica verde?

REGLA DEL PRODUCTO

5.2 En un colegio, la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar hable inglés es de 0,20; mientras que la probabilidad de que un alumno juegue fútbol es de 0,80. Determine la probabilidad que un estudiante seleccionado hable inglés y juegue fútbol.

5.3 Sabiendo que P(A) = 0,70; P(B) = 0,50; y además, P(A∩B) = 0,40; determinar si son eventos independientes.

5.4 En un salón con 7 hombres y 8 mujeres, se desea formar un comité de 2 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que esté formado por un hombre y una mujer?

REGLA DE LA SUMA

5.5 Cuando dos equipos de fútbol juegan un partido, suelen hacerse pronósticos de cuál será el resultado del juego. Se utiliza L, E y V para indicar si consideras que ganará el equipo local (L), si será empate (E) o si ganará el equipo visitante (V). ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo local gane o empate?

5.6 Sea A el suceso de sacar un As de una baraja estándar de 52 cartas y B sacar un Rey de corazón rojo. Calcular la probabilidad de sacar un As o un Rey de corazón rojo en una sola extracción.

5.7 De los siguientes eventos identificar cuales son mutuamente excluyentes y cuales no.

a. Lanzar un dado de seis caras, caer 5 y 6.
b. Escribir con la mano dereche e izquierda.
c. Manejar vehículo y cambiar una llanta de él.
d. Comparar en la tienda gaseosa y pan

REGLA DE LA SUMA PARA EVENTOS QUE NO SON MUTUAMENTE EXCLUYENTES

5.8 La probabilidad de sacar un As de una baraja estándar de 52 cartas es 0.08, la probabilidad de sacar una carta con corazón rojo es 0.25 y la probabilidad de sacar As con corazón rojo es 0.02. Calcular la probabilidad de sacar un As o un corazón rojo o ambos en una sola extracción.

5.8 Una compañía le administra un examen a un grupo de 40 de sus empleados, que aspiran a cierta posición, para cualificarlos. La siguiente tabla resume los resultados divididos por género:

	Masculino (M)	Femenino (F)
Aprobó	7	2
Fracaso	18	13

Si uno de estos empleados es seleccionado al azar, halle la probabilidad de que sea femenino o aprobó el examen.

5.10 En una urna existe 10 bolas numeradas del 1 al 10. ¿Qué probabilidad existe de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número par o con un número primo?

PROBABILIDADES CONDICIONALES

5.11 Cuatro estudiantes, Mateo, Hernando Eliana y Nelly se han seleccionados para participar en la final del encuentro regional de poesía. El estudiante que ocupe el primer premio recibirá una beca para un curso de lectura rápida y el estudiante que ocupe el segundo recibirá un bono para comprar de libros. Si Hernando ganó el bono, ¿Cuál es la probabilidad de que Nelly gane la beca?

5.12 De un total de 14 músicos hay 4 que tocan el cuatro, 7 que tocan guitarra y 3 que tocan ambos instrumentos. Si seleccionamos al azar uno de estos músicos, halle la probabilidad de que toque el cuatro dado que toca guitarra.

5.13 Calcular la probabilidad de que al tirar un dado salga 3 si se sabe de antemano que ha salido un número impar.