	INSTITUCION EDUCATIVA ACADÉMICO NIT. 891901024-6 ICFES 018275-024364-018283 Resolución No. 1664 sept. 3 de 2002 Cod. DANE 176147000236 CARTAGO- VALLE	PAGINA: (1) CÓDIGO: 250.1.158.01
	GUIA DE TRABAJO GRADO DECIMO GUIA #	VERSION: 1 Fecha de aprobación:

RAZONES TRIGONOMETRICAS DE UN ANGULO AGUDO

ESTANDAR GENERAL: Reconocer razones trigonométricas.
EJE TEMATICO: Funciones Trigonométricas
LOGROS: *Identificar razones trigonométricas de un ángulo agudo y en posición normal * Promover hábitos propios de la actividad matemática, como la precisión en el uso del lenguaje matemático, búsqueda sistemática de alternativa y la perseverancia en la proposición de posibles soluciones. * Aplicar las razones trigonométricas para resolver ejercicios y problemas

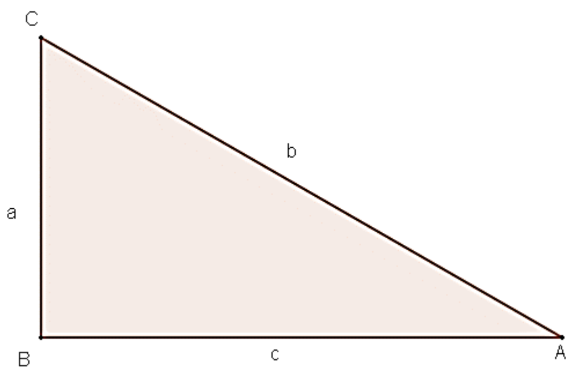
Profesor: Luis Amado Camacho V.

Las razones trigonométricas son expresiones matemáticas que relacionan medidas de ángulos y de distancias. Se utilizan en muchas situaciones, como, por ejemplo, en los problemas topográficos: cálculo de alturas de montañas, anchuras de ríos, etc.

Sea el triángulo rectángulo *ABC*, se definen las razones trigonométricas respecto al ángulo agudo *A* como:

Razones trigonométricas de un ángulo agudo: Las razones trigonométricas son expresiones matemáticas que relacionan medidas de ángulos y de distancias. Se utilizan en muchas situaciones, como, por ejemplo, en los problemas topográficos: cálculo de alturas de montañas, anchuras de ríos, etc.

Sea el triángulo rectángulo *ABC*, se definen las razones trigonométricas respecto al ángulo agudo *A* como



Se definen razones a las comparaciones existentes entre dos lados del triángulo rectángulo en relación con su ángulo y estas razones vienen relacionadas de la siguiente forma:

El Seno del ángulo **x** cualquiera es: $\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

El Coseno del ángulo **x** cualquiera es: $\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$

La tangente del ángulo **x** cualquiera es: $\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto Adyacente}}$

Y otras razones que son inversas a estas tres que son:

El **Cosecante** del ángulo **x** cualquiera es: $\frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}}$ y **opuesta al Seno**

El **Secante** del ángulo **x** cualquiera es: $\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto Adyacente}}$ y **opuesto al Coseno**

La **Cotangente** del ángulo **x** cualquiera es: $\frac{\text{Cateto Adyacemte}}{\text{Cateto Opuesto}}$ y **Opuesto a la Tangente**

En el triángulo que tenemos graficado podemos definir que es opuesto y que es adyacente respecto de que ángulo se hable:

Para nuestro lenguaje opuesto en el triángulo es el lado más lejano al ángulo que se habla y adyacente es el lado que está tocando el ángulo.

Ejemplo:
Los lados **a** y **c** son los **catetos** porque son los que me forman el ángulo recto o sea el ángulo de **90º** y el **lado b** en este triángulo será la **hipotenusa** porque se encuentra frente al ángulo recto.

supongamos que estamos situados en el ángulo **A** entonces el **lado opuesto** es el lado **a** y el lado adyacente es el **lado c** porque el **lado b** siempre se llamara **hipotenusa** en este triángulo:
entonces que seria

estoy parado en el ángulo A

$$\text{seno de } A = \text{sen } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{coseno de } A = \cos A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

$$\text{tangente de } A = \tan A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{c}$$

Y las inversas son:

$$\text{cosecante de } A = \csc A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{secante de } A = \sec A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Cotangente de } A = \cot A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

Si estoy parado en el ángulo C

Esto sería de la siguiente forma

$$seno\ de\ C = sen\ C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

$$coseno\ de\ C = cos\ C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

$$tangente\ de\ C = Tan\ C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{a}$$

Y las inversas son:

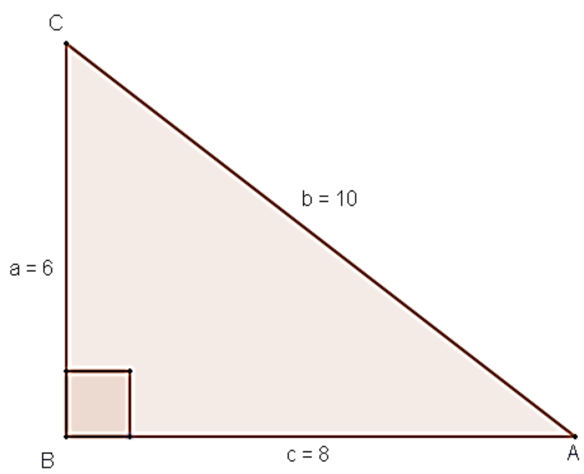
$$cosecante\ de\ C = csc\ C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c}$$

$$secante\ de\ C = sec\ C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{a}$$

$$Cotangente\ de\ C = cotC = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{c}$$

EJEMPLO NUMERICO

Hallar las razones trigonométricas para el ángulo C en el siguiente triangulo rectángulo. Esos resultados se encontraron aplicando el teorema de Pitágoras.



$$Sen\ C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$Cos\ C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$Tan\ C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{a} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1,33..$$

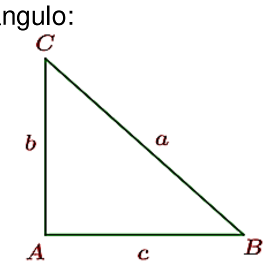
$$Csc\ C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$Sec\ C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1,66..$$

$$Cot\ C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{c} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

TALLER

1) Elige la opción correcta atendiendo al siguiente triángulo rectángulo:



a) Señala la opción correcta

I) $senC = \frac{c}{a}$ **III)** $senC = \frac{b}{a}$

II) $senC = \frac{a}{b}$ **IV)** $senC = \frac{c}{b}$

b) Señala la opción correcta

I) $cos\ B = \frac{b}{a}$ **III)** $cos\ B = \frac{a}{b}$

II) $cos\ B = \frac{c}{a}$ **IV)** $cos\ B = \frac{c}{b}$

c) Señala la opción correcta

I) $cotg\ B = \frac{a}{b}$ **III)** $cotg\ B = \frac{c}{a}$

II) $cotg\ B = \frac{b}{a}$ **IV)** $cotg\ B = \frac{c}{b}$

d) Señala la opción correcta

I) $tg\ C = \frac{c}{a}$ **III)** $tg\ C = \frac{b}{a}$

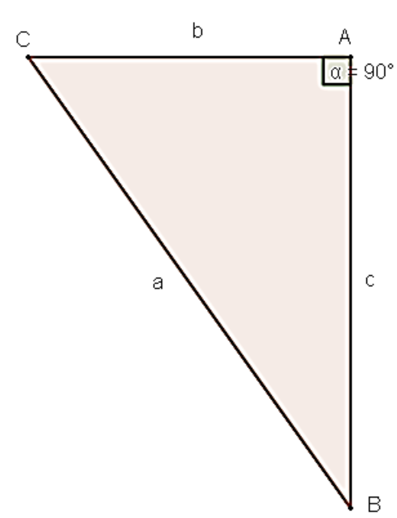
II) $tg\ C = \frac{a}{b}$ **VI)** $tg\ C = \frac{c}{b}$

e) Señala la opción correcta

I) $Sec\ C = \frac{c}{a}$ **III)** $Sec\ C = \frac{b}{a}$

II) $Sec\ C = \frac{a}{b}$ **IV)** $Sec\ C = \frac{c}{b}$

2) Encuentra el valor de las seis funciones trigonométricas para el siguiente triangulo rectángulo Si la medida de $b\ es\ 6cm$ y la medida de $c\ es\ 8cm$



$t1 = \text{Polígono}(A, B, C)$

$\longrightarrow$ 17.5

$a : \text{Segmento}(B, C, t1)$

$\longrightarrow$ 5

$b : \text{Segmento}(C, A, t1)$

$\longrightarrow$ 8.6

$c : \text{Segmento}(A, B, t1)$

$\longrightarrow$ 7

$t1 = \text{Polígono}(A, B, C)$

$\longrightarrow$ 31.14

$a : \text{Segmento}(B, C, t1)$

$\longrightarrow$ 10.38

$b : \text{Segmento}(C, A, t1)$

$\longrightarrow$ 12

$c : \text{Segmento}(A, B, t1)$

$\longrightarrow$ 6

$\alpha = \text{Ángulo}(A, C, B)$

$\longrightarrow$ 30°

RAZONES TRIGONOMETRICAS DE UN ANGULO AGUDO

ESTANDAR GENERAL: Reconocer razones trigonométricas.
EJE TEMATICO: Funciones Trigonométricas
LOGROS: *Identificar razones trigonométricas de un ángulo agudo y en posición normal * Promover hábitos propios de la actividad matemática, como la precisión en el uso del lenguaje matemático, búsqueda sistemática de alternativa y la perseverancia en la proposición de posibles soluciones. * Aplicar las razones trigonométricas para resolver ejercicios y problemas

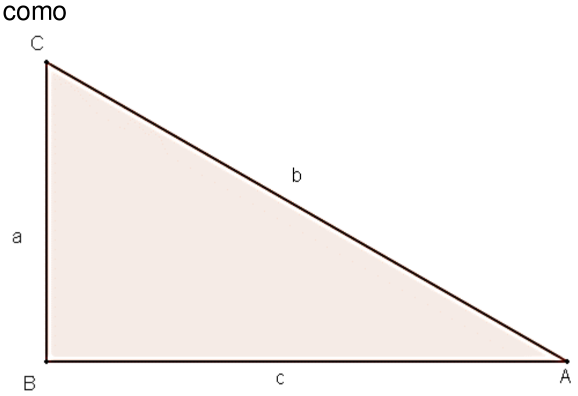
Profesor: Luis Amado Camacho V.

Las razones trigonométricas son expresiones matemáticas que relacionan medidas de ángulos y de distancias. Se utilizan en muchas situaciones, como, por ejemplo, en los problemas topográficos: cálculo de alturas de montañas, anchuras de ríos, etc.

Sea el triángulo rectángulo *ABC*, se definen las razones trigonométricas respecto al ángulo agudo *A* como:

Razones trigonométricas de un ángulo agudo: Las razones trigonométricas son expresiones matemáticas que relacionan medidas de ángulos y de distancias. Se utilizan en muchas situaciones, como, por ejemplo, en los problemas topográficos: cálculo de alturas de montañas, anchuras de ríos, etc.

Sea el triángulo rectángulo *ABC*, se definen las razones trigonométricas respecto al ángulo agudo *A* como



Se definen razones a las comparaciones existentes entre dos lados del triángulo rectángulo en relación con su ángulo y estas razones vienen relacionadas de la siguiente forma:

El Seno del ángulo **x** cualquiera es: $\dfrac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{hipotenusa}}$

El Coseno del ángulo **x** cualquiera es: $\dfrac{\textit{cateto adyacente}}{\textit{hipotenusa}}$

La tangente del ángulo **x** cualquiera es: $\dfrac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{cateto Adyacente}}$

Y otras razones que son inversas a estas tres que son:

El **Cosecante** del ángulo **x** cualquiera es: $\dfrac{\textit{hipotenusa}}{\textit{Cateto Opuesto}}$ y **opuesta al Seno**

El **Secante** del ángulo **x** cualquiera es: $\dfrac{\textit{hipotenusa}}{\textit{cateto Adyacente}}$ y **opuesto al Coseno**

La **Cotangente** del ángulo **x** cualquiera es: $\dfrac{\textit{Cateto Adyacemte}}{\textit{Cateto Opuesto}}$ y **Opuesto a la Tangente**

En el triángulo que tenemos graficado podemos definir que es opuesto y que es adyacente respecto de que ángulo se hable:

Para nuestro lenguaje opuesto en el triángulo es el lado más lejano al ángulo que se habla y adyacente es el lado que está tocando el ángulo.

Ejemplo:
Los lados **a** y **c** son los **catetos** porque son los que me forman el ángulo recto o sea el ángulo de **90º** y el **lado b** en este triángulo será la **hipotenusa** porque se encuentra frente al ángulo recto.

supongamos que estamos situados en el ángulo **A** entonces el **lado opuesto** es el lado **a** y el lado adyacente es el **lado c** porque el **lado b** siempre se llamara **hipotenusa** en este triángulo:
entonces que seria

estoy parado en el ángulo A

$$\textit{seno de } A = sen\ A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

$$\textit{coseno de } A = cos\ A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

$$\textit{tangente de } A = tan\ A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{c}$$

Y las inversas son:

$$\textit{cosecante de } A = csc\ A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

$$\textit{secante de } A = sec\ A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$

$$\textit{Cotangente de } A = cotA = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

Si estuviera parado en el ángulo C

Esto sería de la siguiente forma

$$\textit{seno de } C = \textit{sen } C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

$$\textit{coseno de } C = \cos C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

$$\textit{tangente de } C = \textit{Tan } C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{a}$$

Y las inversas son:

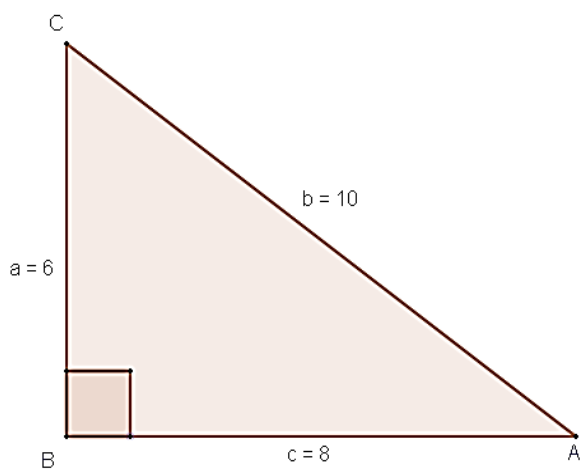
$$\textit{cosecante de } C = \csc C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c}$$

$$\textit{secante de } C = \sec C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{a}$$

$$\textit{Cotangente de } C = \cot C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{c}$$

EJEMPLO NUMERICO

Hallar las razones trigonométricas para el ángulo C en el siguiente triangulo rectángulo. Esos resultados se encontraron aplicando el teorema de Pitágoras.



$$\textit{Sen } C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\textit{Cos } C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\textit{Tan } C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{a} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1,33..$$

$$\textit{Csc } C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25$$

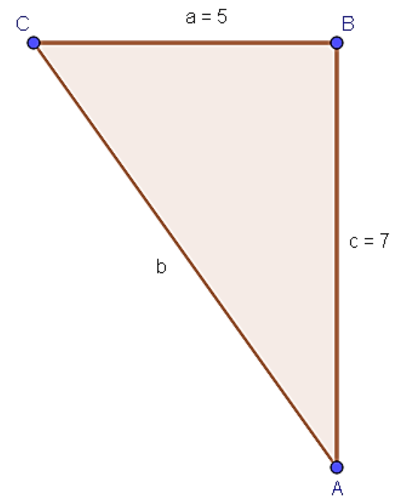
$$\textit{Sec } C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1,66..$$

$$\textit{Cot } C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{c} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

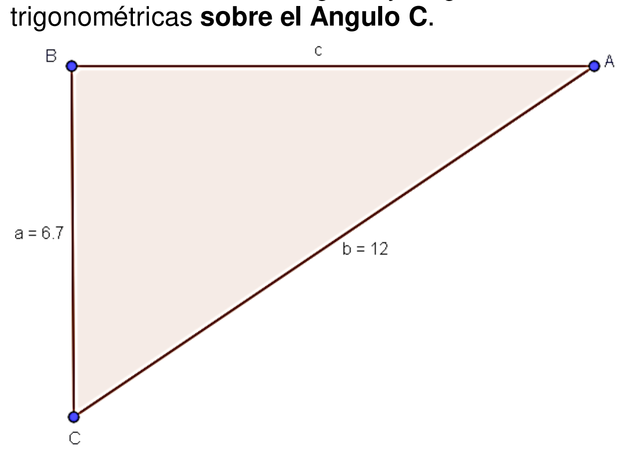
TALLER

Encuentra las razones trigonométricas sobre el ángulo señalado en el triángulo rectángulo. Hallando primero la longitud que no esté dada; por el teorema de Pitágoras.

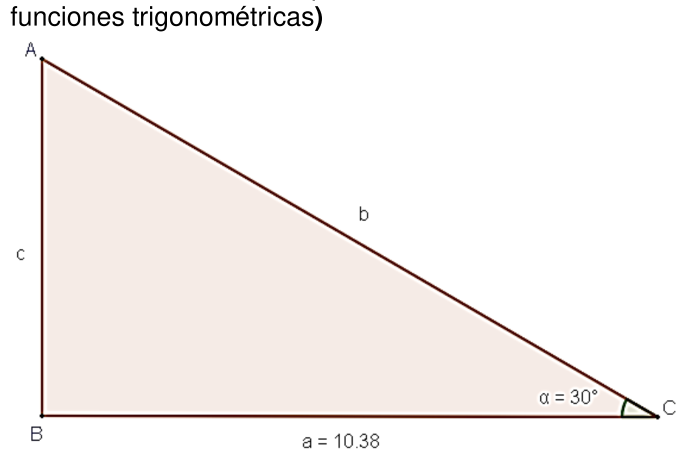
1) Observa el triángulo rectángulo **ABC** ($a = 5$, $c = 7$) y halla primero la longitud de sus lados, por medio del teorema de Pitágoras y luego las 6 razones trigonométricas **sobre el Angulo A**.



2) Observa el triángulo rectángulo **ABC** ($a = 6,7$, $b = 12$) y halla primero la longitud de sus lados, por medio del teorema de Pitágoras y luego las 6 razones trigonométricas **sobre el Angulo C**.



3) Observa el triángulo rectángulo **ABC** y dados dos valores, **el cateto** $a = 10,38$ y el **ángulo C** ó $\alpha = 30^0$ halla el valor de la **hipotenusa b** y el valor del **cateto c** (utiliza la calculadora para el tratamiento de las funciones trigonométricas)



RAZONES TRIGONOMETRICAS (INTRODUCCION 1)

ESTANDAR GENERAL: Reconocer razones trigonométricas.
EJE TEMATICO: Funciones Trigonométricas

LOGROS:

- Identificar la hipotenusa, el cateto adyacente y el cateto opuesto de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.
- Determinar las seis funciones trigonométricas de un ángulo dado en un triángulo rectángulo.
- Reconocer la relación recíproca entre seno/cosecante, coseno/secante, y tangente/cotangente.
- Usar una calculadora para encontrar el valor de las seis funciones trigonométricas para cualquier ángulo agudo.
- Usar una calculadora para encontrar la medida de un ángulo dado el valor de la función trigonométrica.

Profesor: Luis Amado Camacho V.

Explicación de los cuatro casos que se presentan cuando se desea resolver un triángulo rectángulo. Entendiendo por resolver encontrar los elementos restantes del triángulo que se desconocen (ángulos o lados). Se explica que una condición absolutamente necesaria es que al menos la medida de un lado se conozca.
Los cuatros casos son:

1) Conocida la medida la hipotenusa y un ángulo agudo
2) Que se conozca la medida un cateto y un ángulo agudo
3) Conocida la hipotenusa y uno de los catetos
4) Que se conozcan la medida de los dos catetos

Existen formas alternativas para resolver cada caso, vamos a hablar de los cuatro casos existentes para resolver un triángulo rectángulo.

Resolver un triángulo rectángulo es encontrar todos sus elementos a partir de dos elementos conocidos, los elementos desconocidos pueden ser los catetos y la hipotenusa o los ángulos internos del triángulo exceptuando el ángulo de 90°grados. Así que para estos problemas siempre vamos a tener dos elementos conocidos y tres desconocidos y se debe cumplir la condición mínima, de que un elemento conocido tiene que ser uno de los lados del triángulo. Para resolver este tipo de problemas contamos con dos ecuaciones fundamentales: El teorema de Pitágoras, el cual dice que la magnitud de la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las magnitudes de los catetos y el teorema que nos dice que la suma de los ángulos internos en un triángulo es 180° grados, como tenemos un ángulo que es recto se debe cumplir que la suma de los otros dos ángulos sea igual a 90°grados.

El primer caso es cuando nos dan el valor de la hipotenusa y el valor de uno de los ángulos internos. En este caso podemos encontrar el valor del otro ángulo ya que la suma del ángulo conocido y del desconocido es igual a 90°grados y podemos hallar la magnitud de los catetos usando las razones trigonométricas seno o coseno ya que conocemos la magnitud de la hipotenusa.
El segundo caso es cuando nos dan el valor de uno de los catetos y el valor de uno de los ángulos. En este caso podemos encontrar el valor del otro ángulo ya que la suma del ángulo conocido y del desconocido es igual a 90°grados y podemos hallar la magnitud de la hipotenusa usando las razones trigonométricas.

El tercer caso es cuando conocemos la hipotenusa y uno de los catetos, así que podemos hallar el valor del otro cateto utilizando el teorema de Pitágoras y los dos ángulos desconocidos utilizando las razones trigonométricas seno y coseno.

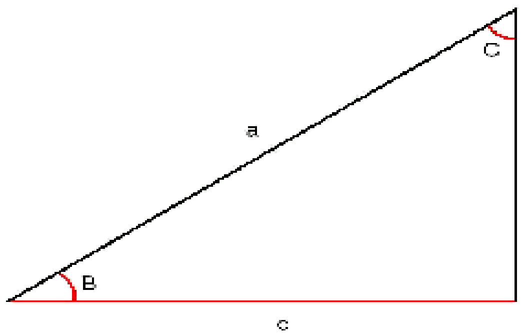
El cuarto caso es cuando conocemos los dos catetos, así que podemos hallar el valor de la hipotenusa con el teorema de Pitágoras y los dos ángulos desconocidos utilizando las razones trigonométricas seno y coseno.

Si se conocen los dos ángulos agudos, junto con el ángulo recto, se tiene la medida de los tres ángulos. En este caso no existe solución única, hay infinitos triángulos con los tres ángulos iguales

Pero, aunque existen infinitos triángulos, como todos tienen los ángulos iguales, son semejantes y por tanto tienen los lados proporcionales. Se puede suponer que uno de los lados tiene una medida cualquiera, por ejemplo, que la hipotenusa mide 1 centímetro y calcular los dos catetos. Cualquier otro triángulo tendrá los lados proporcionales al calculado.

VEAMOS ENTONCES EL PRIMER CASO QUE ES CUANDO SE CONOCE LA HIPOTENUSA Y UN CATETO

Se conocen la hipotenusa y un cateto: En este caso se debe encontrar el otro cateto (el lado c) y los dos ángulos agudos (es decir B y C).



- El ángulo B es: $B = \ arcsen\left(\frac{b}{a}\right)$
- El ángulo C es: $C = 90 - B$
- El lado c es $c = \ a \cdot \ cos(B)$

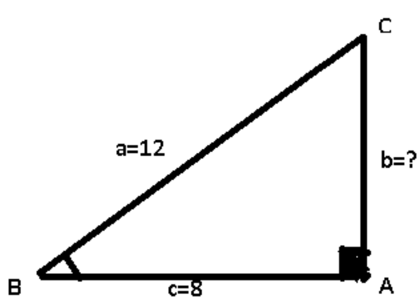
VEAMOS ENTONCES EL SEGUNDO CASO QUE ES CUANDO SE CONOCEN LOS DOS CATETOS

En este caso se tiene que encontrar los dos ángulos agudos (B y C) y la hipotenusa (es decir, el lado a).

- El ángulo B es: $B = \ arctan\left(\frac{b}{c}\right)$
- El ángulo C es: $C = 90 - B$
- La hipotenusa es: a es $a = \dfrac{b}{sen\ (B)}$

EJEMPLO

Hallar los 6 elementos del triángulo rectángulo



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$12^2 = b^2 + 8^2$$
$$144 = b^2 + 64$$
$$b^2 = 144 - 64$$
$$b^2 = 80$$
$$b = \sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

O también se puede

$$b = 8,94$$
$$cos\ B = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$
$$cos\ B = \frac{2}{3} = 0,67$$
$$B = arcCos(0,67) \approx 47^0 55'\ 58,57''$$

Trabajemos con el numero

$$B = arcCos(0,67) \approx 47^0 55'\ 58''$$

Entonces el ángulo que nos falta encontrar es el ángulo C y sabemos que para encontrarlo este es igual a $C = 90^0 - B$

$$C = 90^0 - 47^0 55'\ 58'' = 42^0 4' 2''$$

Entonces el ángulo C es igual a

$$C = 42^0 4' 2''$$

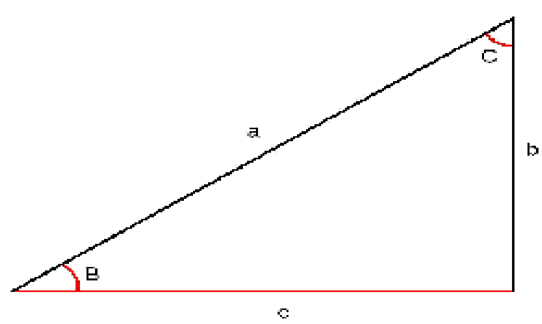
Y con esto ya hemos encontrado los seis elementos de un triángulo rectángulo que son sus tres lados y sus tres ángulos.

$A = 90^0$ $\quad B = 47^0 55'\ 58''$ $\quad C = 42^0 4' 2''$

$a = \ 12$ $\quad b = 8,94$ $\quad c = 8$

TALLER

1) Encontrar las seis razones trigonométricas si conocemos



a) $a \ = \ 10\ y \ \ b = 6cm.$

b) $b \ = \ 6\ cm.\ y \ \ c \ = \ 8\ cm.$

c) $b \ = \ 5\ cm \ \ y \ \ c \ = \ 12\ cm$

d) $a \ = \ 10\ cm \ \ y \ \ c = 8\ cm$

e) $b = \ 2\ cm.\ y \ \ c \ = \ 2\ cm$

2) encontrar los ángulos según el valor de los lados de cada triangulo

PORQUE EL ANGULO (A) YA SABEMOS QUE TIENE 90º

a) valor ángulo B =? y ángulo C =?

b) .valor ángulo B =? y ángulo C =?

c) valor ángulo B =? y ángulo C =?

d) valor ángulo B =? y ángulo C =?

e) valor ángulo B =? y ángulo C =?

RAZONES TRIGONOMETRICAS (INTRODUCCION 2)

ESTANDAR GENERAL: Reconocer razones trigonométricas.
EJE TEMATICO: Funciones Trigonométricas
LOGROS:

- Identificar la hipotenusa, el cateto adyacente y el cateto opuesto de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.
- Determinar las seis funciones trigonométricas de un ángulo dado en un triángulo rectángulo.
- Reconocer la relación recíproca entre seno/cosecante, coseno/secante, y tangente/cotangente.
- Usar una calculadora para encontrar el valor de las seis funciones trigonométricas para cualquier ángulo agudo.
- Usar una calculadora para encontrar la medida de un ángulo dado el valor de la función trigonométrica.

Profesor: Luis Amado Camacho V.

Explicación de los cuatro casos que se presentan cuando se desea resolver un triángulo rectángulo. Entendiendo por resolver encontrar los elementos restantes del triángulo que se desconocen (ángulos o lados). Se explica que una condición absolutamente necesaria es que al menos la medida de un lado se conozca.
Los cuatros casos son:

1) Conocida la medida la hipotenusa y un ángulo agudo
2) Que se conozca la medida un cateto y un ángulo agudo
3) Conocida la hipotenusa y uno de los catetos
4) Que se conozcan la medida de los dos catetos

Existen formas alternativas para resolver cada caso, vamos a hablar de los cuatro casos existentes para resolver un triángulo rectángulo.

Resolver un triángulo rectángulo es encontrar todos sus elementos a partir de dos elementos conocidos, los elementos desconocidos pueden ser los catetos y la hipotenusa o los ángulos internos del triángulo exceptuando el ángulo de 90°grados. Así que para estos problemas siempre vamos a tener dos elementos conocidos y tres desconocidos y se debe cumplir la condición mínima, de que un elemento conocido tiene que ser uno de los lados del triángulo. Para resolver este tipo de problemas contamos con dos ecuaciones fundamentales: El teorema de Pitágoras, el cual dice que la magnitud de la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las magnitudes de los catetos y el teorema que nos dice que la suma de los ángulos internos en un triángulo es 180° grados, como tenemos un ángulo que es recto se debe cumplir que la suma de los otros dos ángulos sea igual a 90°grados.

El primer caso es cuando nos dan el valor de la hipotenusa y el valor de uno de los ángulos internos. En este caso podemos encontrar el valor del otro ángulo ya que la suma del ángulo conocido y del desconocido es igual a 90°grados y podemos hallar la magnitud de los catetos usando las razones trigonométricas seno o coseno ya que conocemos la magnitud de la hipotenusa.
El segundo caso es cuando nos dan el valor de uno de los catetos y el valor de uno de los ángulos. En este caso podemos encontrar el valor del otro ángulo ya que la suma del ángulo conocido y del desconocido es igual a 90°grados y podemos hallar la magnitud de la hipotenusa usando las razones trigonométricas.

El tercer caso es cuando conocemos la hipotenusa y uno de los catetos, así que podemos hallar el valor del otro cateto utilizando el teorema de Pitágoras y los dos ángulos desconocidos utilizando las razones trigonométricas seno y coseno.

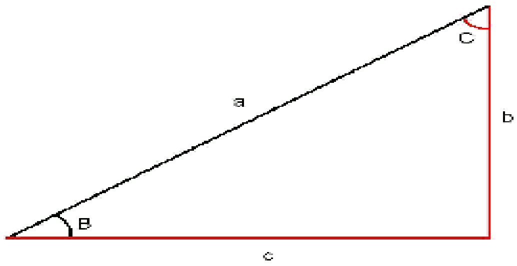
El cuarto caso es cuando conocemos los dos catetos, así que podemos hallar el valor de la hipotenusa con el teorema de Pitágoras y los dos ángulos desconocidos utilizando las razones trigonométricas seno y coseno.

Si se conocen los dos ángulos agudos, junto con el ángulo recto, se tiene la medida de los tres ángulos. En este caso no existe solución única, hay infinitos triángulos con los tres ángulos iguales

Pero, aunque existen infinitos triángulos, como todos tienen los ángulos iguales, son semejantes y por tanto tienen los lados proporcionales. Se puede suponer que uno de los lados tiene una medida cualquiera, por ejemplo, que la hipotenusa mide 1 centímetro y calcular los dos catetos. Cualquier otro triángulo tendrá los lados proporcionales al calculado.

VEAMOS ENTONCES EL PRIMER CASO QUE ES CUANDO SE CONOCE LA HIPOTENUSA Y UN ANGULO AGUDO

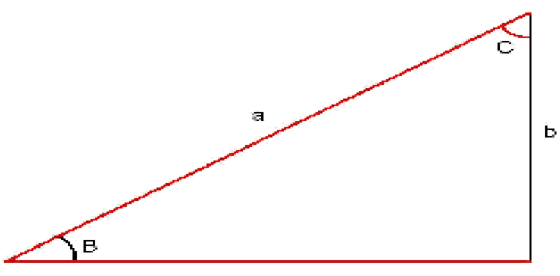
En este caso se deberá hallar el otro ángulo agudo (es decir, C) y los dos catetos (los lados b y c).



- El ángulo $\boldsymbol{C}$ es: $\boldsymbol{C} = 90º - \boldsymbol{B}$
- El lado $\boldsymbol{b}$ es: $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{sen}(\boldsymbol{B})$
- El lado $\boldsymbol{c}$ es $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{cos}(\boldsymbol{B})$
- **También se puede calcular la hipotenusa haciendo:** $\boldsymbol{c} = \sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2}$

VEAMOS ENTONCES CUANDO SE CONOCE UN CATETO Y UN ANGULO AGUDO

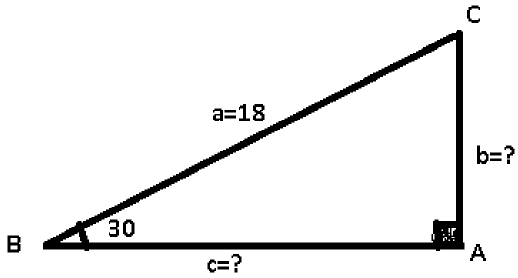
Se conocen un cateto y un ángulo agudo: Aquí se deberá calcular el otro ángulo agudo (como antes, $\boldsymbol{C}$), la hipotenusa (el lado $\boldsymbol{a}$) y el otro cateto (el lado $\boldsymbol{c}$).



- El ángulo $\boldsymbol{C}$ es: $\boldsymbol{C} = 90º - \boldsymbol{B}$
- El lado $\boldsymbol{a}$ es: $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{sen}(\boldsymbol{B})}$
- El lado $\boldsymbol{c}$ es $\boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{Tan}\,(\boldsymbol{B})}$
- **También se puede calcular la hipotenusa haciendo:** $\boldsymbol{c} = \sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2}$

EJEMPLO

Hallar los 6 elementos del triángulo rectángulo



$\boldsymbol{Sen\ B} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$

$\boldsymbol{Sen\ 30^0} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{18}}\ \boldsymbol{entonces\ b = 18 \cdot Sen\ 30^0}$

$\boldsymbol{b = 18 \cdot Sen\ 30^0 = 18 \cdot 0,5 = 9}$

$\boldsymbol{b = 9}$

$\boldsymbol{Cos\ 30^0} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{18}}\ \boldsymbol{entonces\ \ c = 18 \cdot Cos\ 30^0}$

$\boldsymbol{c = 18 \cdot Cos\ 30^0 = 18 \cdot 0,87 = 15,66}$

$\boldsymbol{c = 15,66}$

En cuanto a los ángulos tenemos

$\boldsymbol{B = 30^0}$

Entonces

$\boldsymbol{C = 90^0 - B = 90^0 - 30^0 = 60^0}$

Luego

$\boldsymbol{C = 60^0}$

TALLER

1) Encontrar las razones trigonométricas si conocemos

a) a = 4.1 cm. B = 38º

b) a = 3.6 cm. C = 30º

c) a = 10 cm. B = 30º

d) a = 8 cm. C = 60º

2) Encontrar los 6 elementos que faltan del triángulo rectángulo.

	INSTITUCION EDUCATIVA ACADÉMICO NIT. 891901024-6 ICFES 018275-024364-018283 Resolución No. 1664 sept. 3 de 2002 Cod. DANE 176147000236 CARTAGO- VALLE	PAGINA: (1) CÓDIGO: 250.1.158.01
	GUIA DE TRABAJO GRADO DECIMO TRIGONOMETRIA GUIA #	VERSION: 1 Fecha de aprobación:

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS
CONOCIENDO UN CATETO Y UN ANGULO AGUDO

ESTANDAR GENERAL: Reconocer razones trigonométricas.

EJE TEMATICO: Funciones Trigonométricas

LOGROS:

- Identificar la hipotenusa, el cateto adyacente y el cateto opuesto de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.
- Determinar las seis funciones trigonométricas de un ángulo dado en un triángulo rectángulo.
- Reconocer la relación recíproca entre seno/cosecante, coseno/secante, y tangente/cotangente.
- Usar una calculadora para encontrar el valor de las seis funciones trigonométricas para cualquier ángulo agudo.
- Usar una calculadora para encontrar la medida de un ángulo dado el valor de la función trigonométrica.

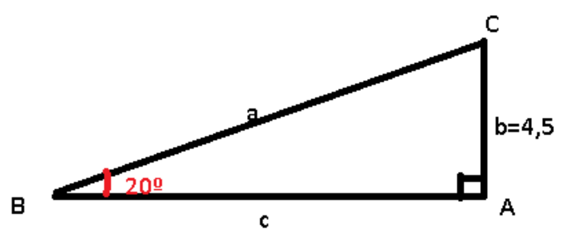
Profesor: Luis Amado Camacho V.

Si se conoce la medida de uno de los catetos y un ángulo agudo, los pasos a seguir para resolver un triángulo rectángulo, son los siguientes:

1) **Se calcula el otro ángulo agudo restando a 90^{o} el ángulo conocido.**
2) **Se calcula el otro cateto utilizando la tangente o la hipotenusa utilizando el coseno o el seno.**
3) **Se calcula el lado que falta utilizando el Teorema de Pitágoras o algunas de las razones trigonométricas.**

El siguiente ejercicio permite resolver este caso de resolución de triángulos rectángulos.

Ejercicio 1. Resolver un triángulo rectángulo sabiendo que $b = 4.5\, cm.$ y $B = 20^{o}$.



Para hallar el valor del lado a :

$senB = \frac{b}{a}$ **entonces** $sen20^0 = \frac{4,5}{a}$

Entonces despejando $a = \frac{4,5}{sen20^0}$ **realizando esta operación**

$a = \frac{4,5}{0,34} = 13,24\, cm$ **luego el valor de la hipotenusa es** $a = 13,24\, cm$

Para hallar el valor del lado c:

$Tan\, B = \frac{b}{c}$ **entonces** $Tan\, 20^0 = \frac{4,5}{c}$

Entonces despejando $c = \frac{4,5}{Tan20^0}$ **realizando esta operación**

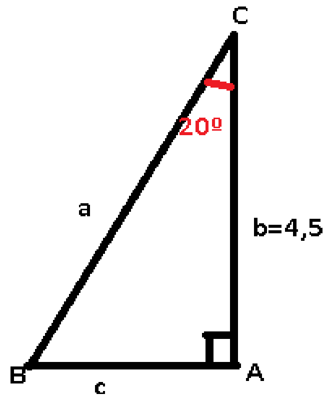
$c = \frac{4,5}{0,36} = 12,5\, cm$ **luego el valor de la hipotenusa es** $c = 12,5\, cm$

Para hallar el valor del Angulo C:

El valor del ángulo C es igual a $C = 90^0 - B$ **y este es** $C = 90^0 - 20^0 = 70^0$

$C = 970^0$

Ejercicio 2. Resolver un triángulo rectángulo sabiendo que $b = 4.5\,cm.$ y $C = 20º$.



Para hallar el valor del lado a:

$Cos\ C = \frac{b}{a}$ **entonces** $Cos\ 20^0 = \frac{4,5}{a}$

Entonces despejando $a = \frac{4,5}{Cos\ 20^0}$ **realizando esta operación**

$a = \frac{4,5}{0,94} = 4,79\ cm$ **luego el valor de la hipotenusa es** $a = 4,79\ cm$

Para hallar el valor del lado c:

$Tan\ C = \frac{c}{b}$ **entonces** $Tan\ 20^0 = \frac{c}{4,5}$

Entonces despejando $c = 4,5 \times Tan\ 20^0$ **realizando esta operación**

$c = 4,5 \times 0,36 = 1,62\ cm$ **luego el valor de la hipotenusa es** $c = 1,62\ cm$

Para hallar el valor del Angulo B:

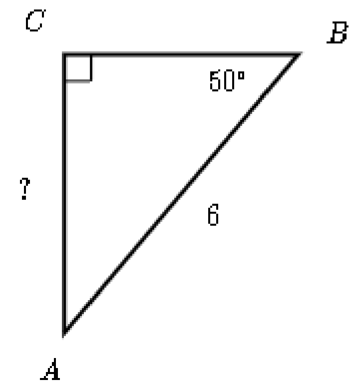
El valor del ángulo B es igual a $B = 90^0 - C$ **y este es** $B = 90^0 - 20^0 = 70^0$

$$B = 70^0$$

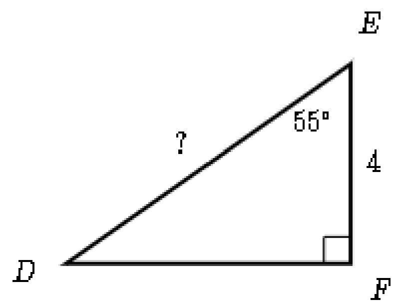
TALLER

Encuentra los elementos faltantes en estos triángulos rectángulos.

a) Triangulo $\Delta\, ACB$



b) Triangulo ΔDFE



c) Triangulo $\Delta\, RTY$